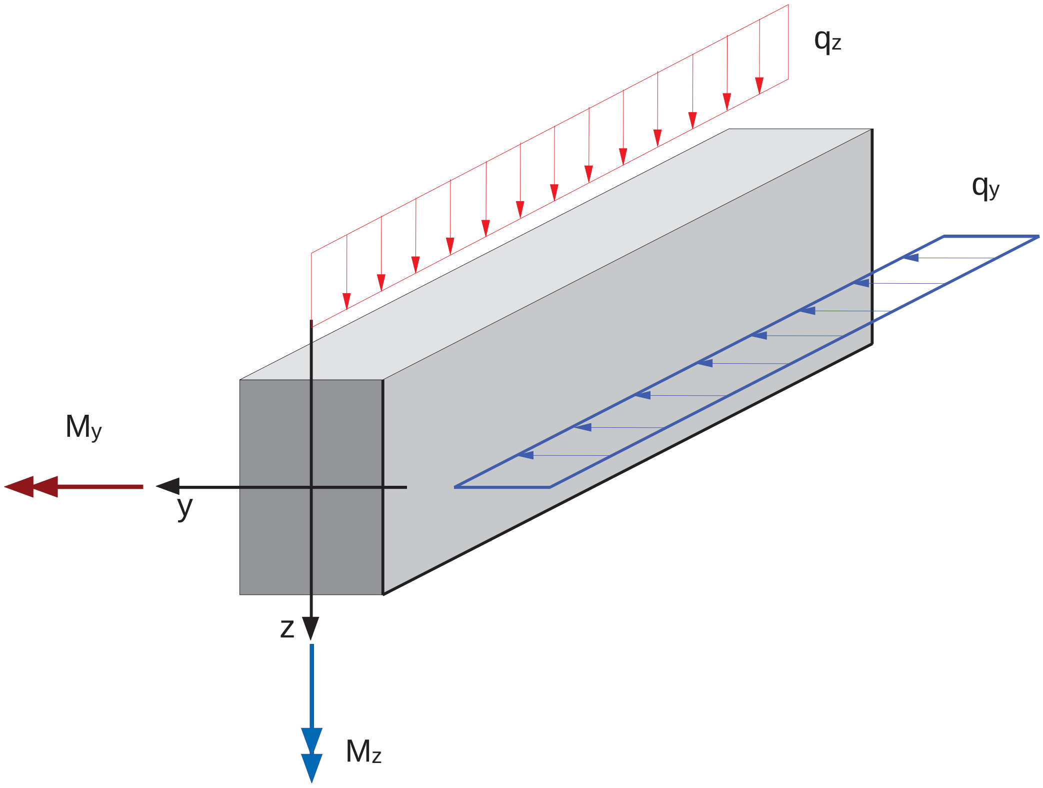
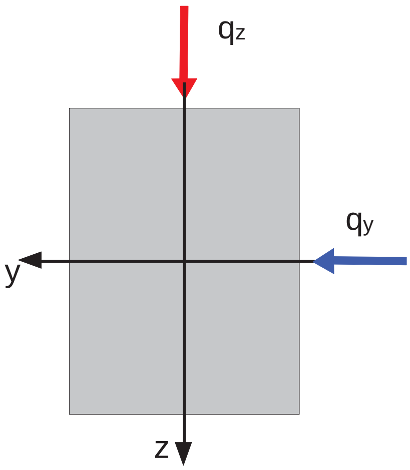
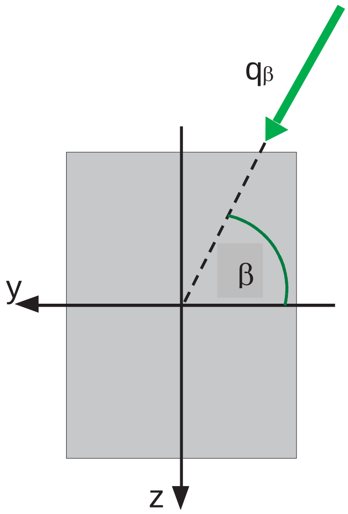
5.3.2 Zweiachsige Biegung

Greifen auf jeder der beiden Hauptachsen des Querschnittes äußere Kräfte an oder wirkt eine Kraft außerhalb der Hauptachsen aber im Schwerpunkt der Fläche, wird der Querschnitt auf Doppelbiegung beansprucht.





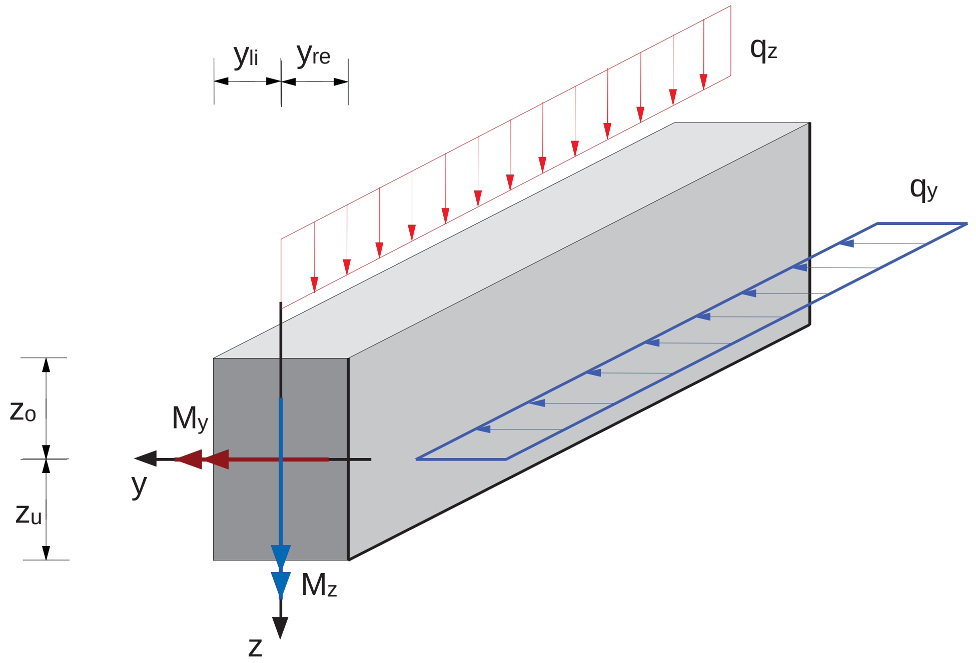
Zweiachsige Biegung
durch Lasten in 2 Richtungen



Zweiachsige Biegung
durch schräge Last

Für die Ermittlung der Spannungen ermittelt man die aus den Lasten q_z und q_y resultierenden Biegemomente M_y und M_z und errechnet getrennt, wie für die einachsige Biegung, die zugehörigen Spannung σ.
Sämtliche Biegespannungen wirken in die x-Richtung („Normalspannungen").

Speziell für einen Rechteckquerschnitt:



Aus dem Moment M_y:

$$\sigma_o = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_o$$

$$\sigma_u = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_u$$

Aus dem Moment M_z:

$$\sigma_{li} = -\frac{M_z}{I_z} \cdot y_{li}$$

$$\sigma_{re} = -\frac{M_z}{I_z} \cdot y_{re}$$

Das negative Vorzeichen bei M_z resultiert aus der koordinatenorientierten Definition der positiven M_z-Richtung. Es ist notwendig, damit Zugspannungen auch bei Querbiegung rechnerisch ein positives Vorzeichen erhalten.

Moment	Zugspannung an der	Momentenfläche graphisch antragen
$M_y > 0$	pos. z-Seite	an der pos. z-Seite
$M_y < 0$	neg. z-Seite	an der neg. z-Seite
$M_z > 0$	neg. y-Seite	an der neg. y-Seite
$M_z < 0$	pos. y-Seite	an der pos. y-Seite

Die Eckspannungen ergeben sich durch Überlagerung unter Beachtung des Vorzeichens von M_y, M_z, y und z bei der späteren Zahlenrechnung:

$$\sigma_{o,li} = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_o - \frac{M_z}{I_z} \cdot y_{li}$$

$$\sigma_{o,re} = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_o - \frac{M_z}{I_z} \cdot y_{re}$$

$$\sigma_{u,li} = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_u - \frac{M_z}{I_z} \cdot y_{li}$$

$$\sigma_{u,re} = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_u - \frac{M_z}{I_z} \cdot y_{re}$$

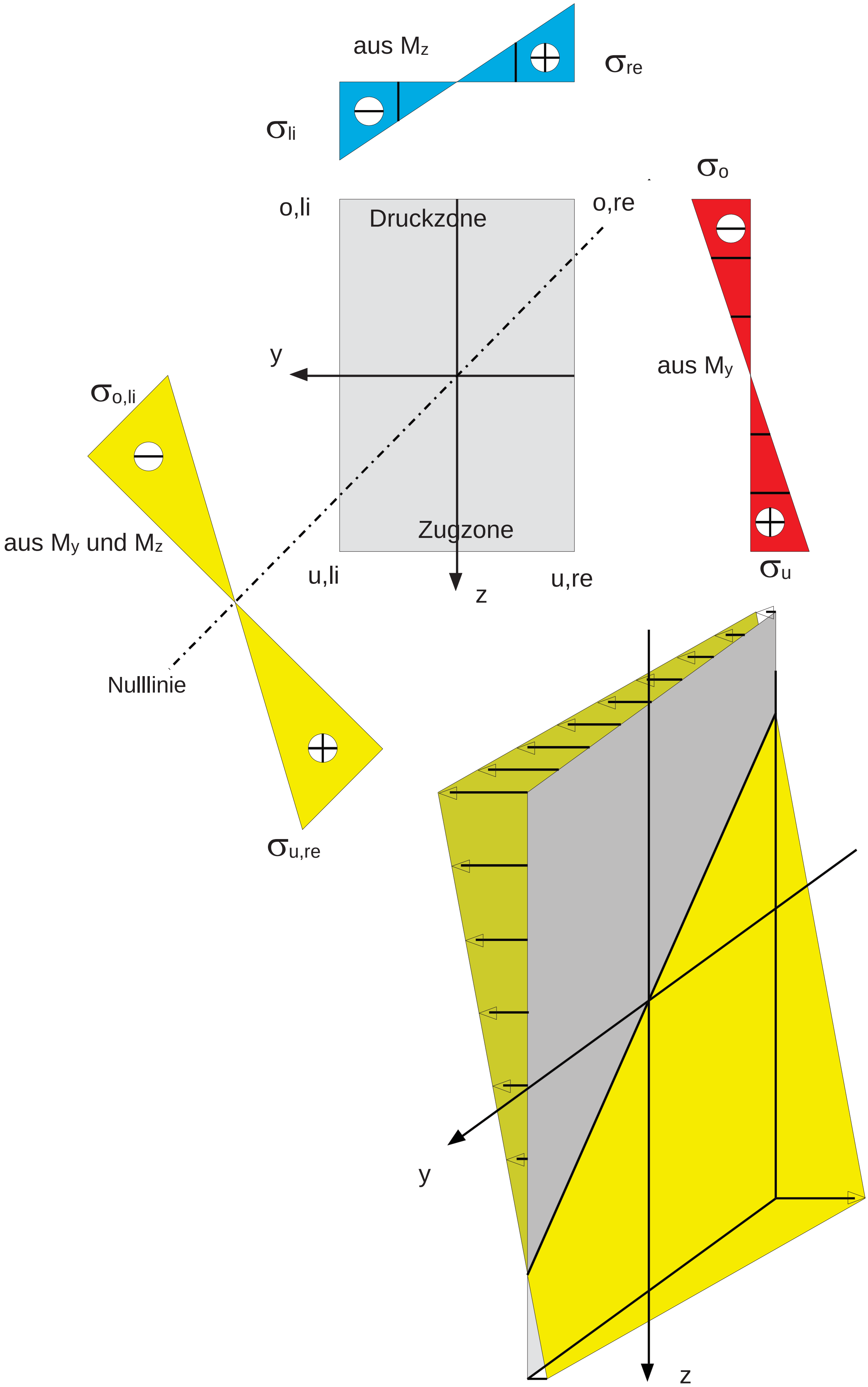
Man erhält 4 verschiedene Spannungswerte, wovon eine die größte Zugspannung (max σ) und eine die größte Druckspannung (min σ) des Querschnittes wird.

Allgemein gilt für symmetrische Querschnitte (Hauptachsen y und z):

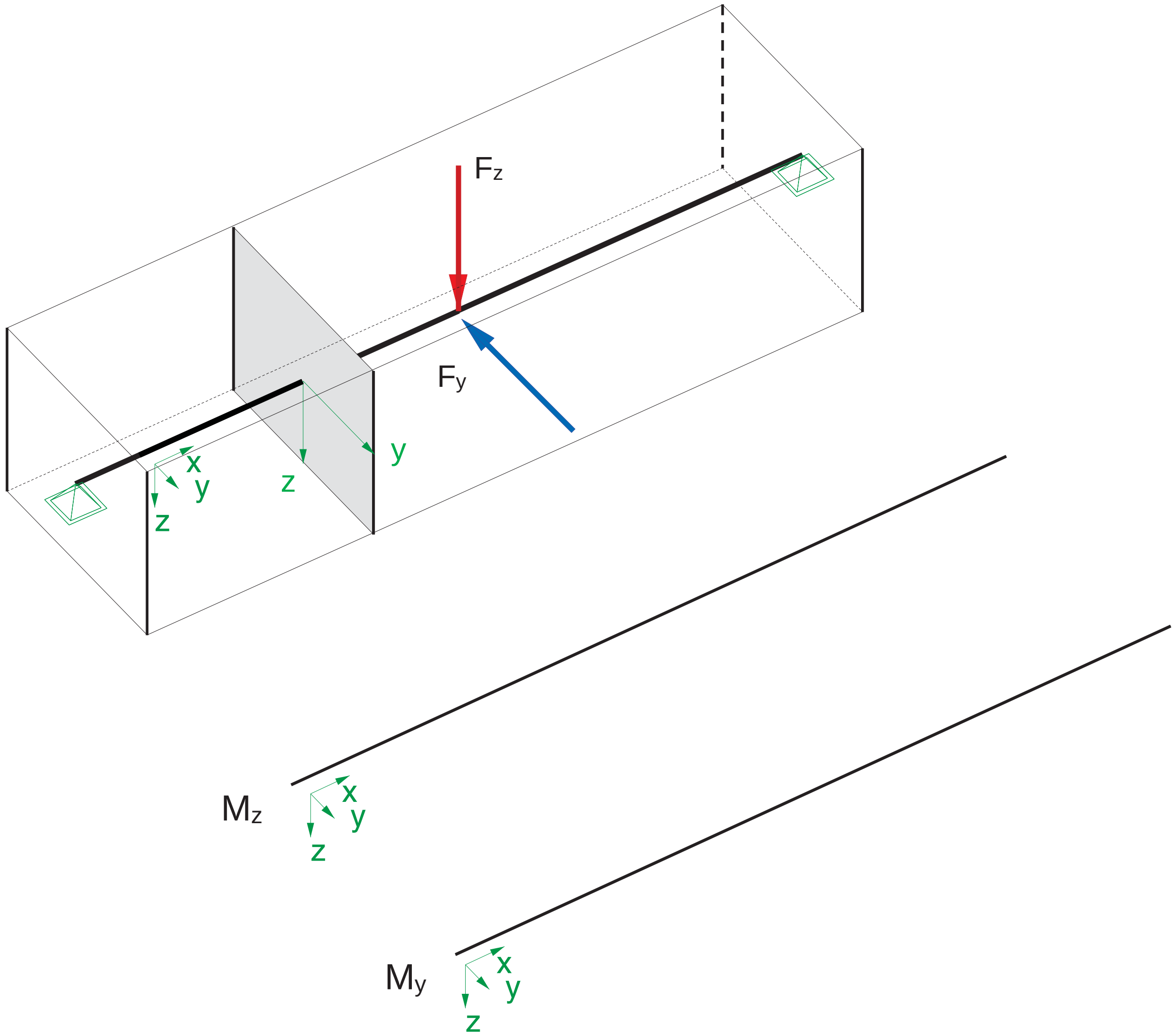
$$\boxed{\sigma = \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y}$$

Die Nulllinie geht auch bei Doppelbiegung durch den Schwerpunkt.
Sie ist aber nicht mehr identisch mit einer Hauptachse.

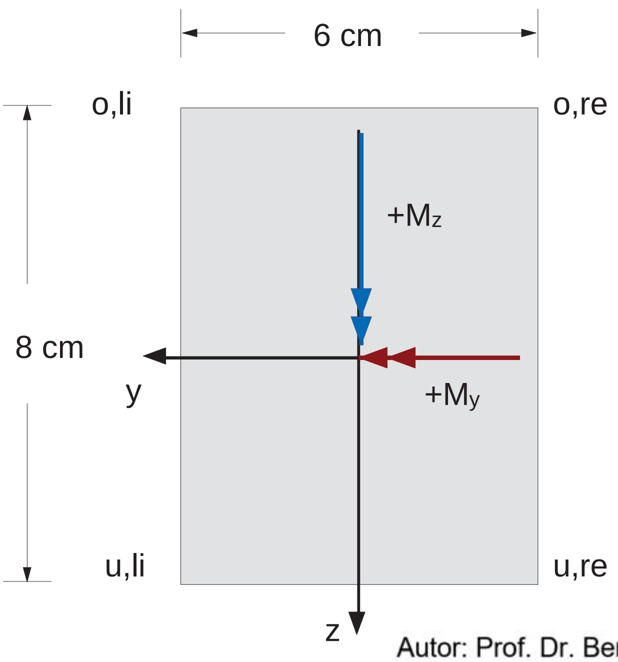
Spannungsverlauf infolge M_y und M_z



Beispiel zweisachsige Biegung



Querschnitt



M_z = 6,3 kNm = 630 kNcm

M_y = 2,6 kNm = 260 kNcm

Randspannungen infolge M_y:

$$\sigma_o = \frac{M_y}{I_y} z_o =$$

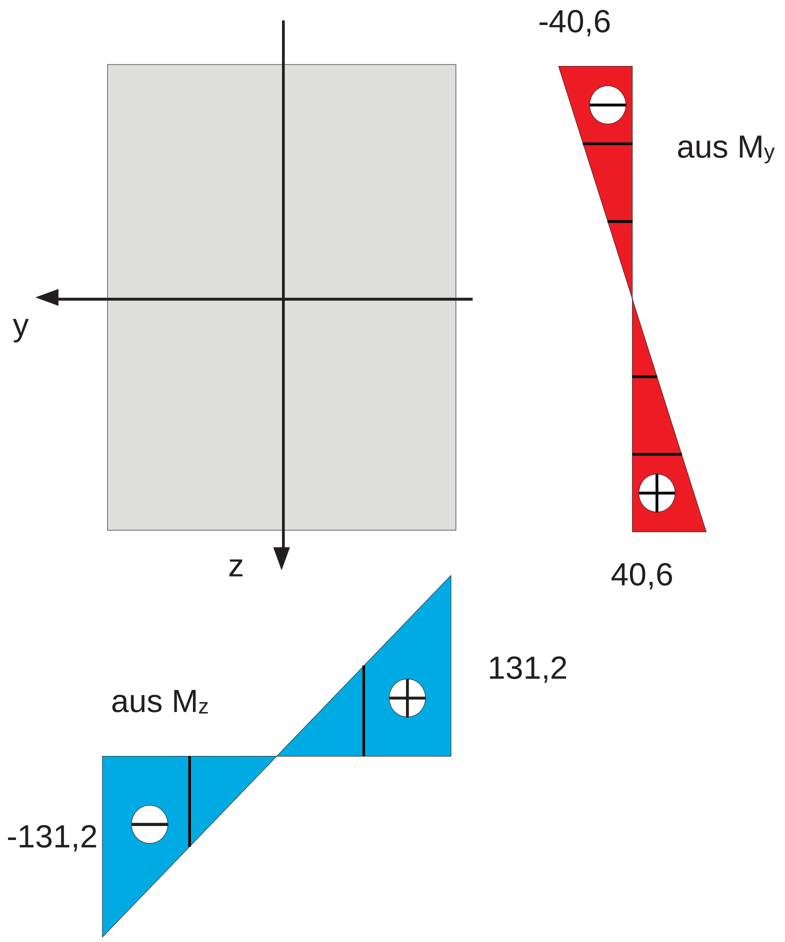
$$\sigma_u = \frac{M_y}{I_y} z_u =$$

Randspannungen infolge M_z:

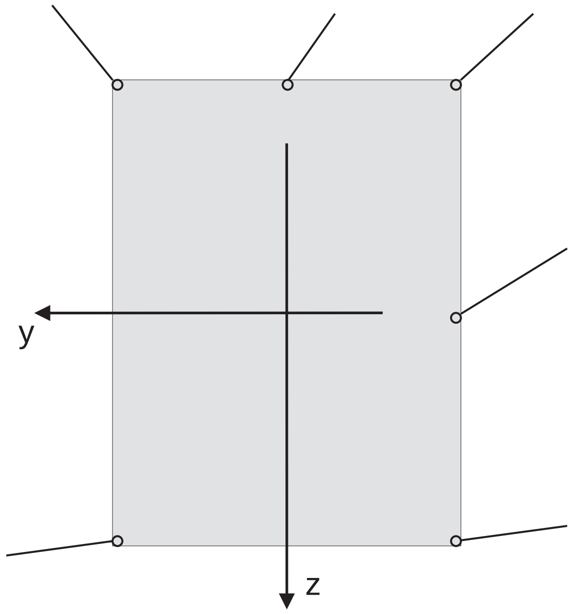
$$\sigma_{li} = -\frac{M_z}{I_z} y_{li} =$$

$$\sigma_{re} = -\frac{M_z}{I_z} y_{re} =$$

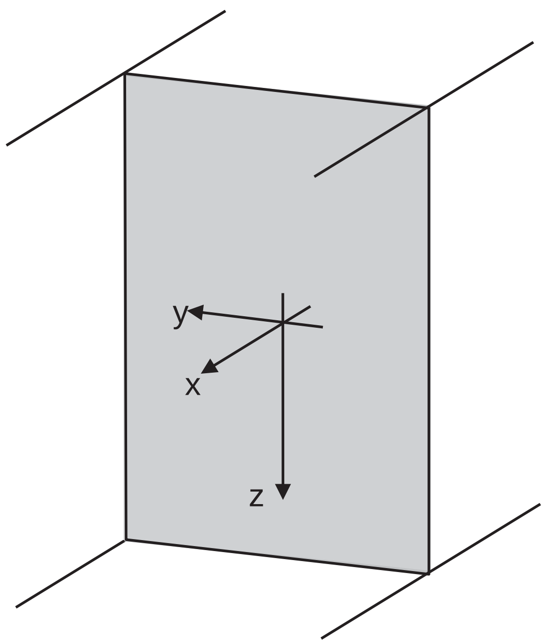
Spannungen infolge M_y und M_z getrennt:



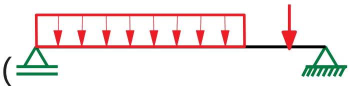
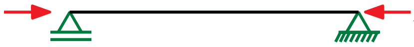
Überlagerung der Spannungen an den ausgewählten Punkten:



Spannungsverlauf:



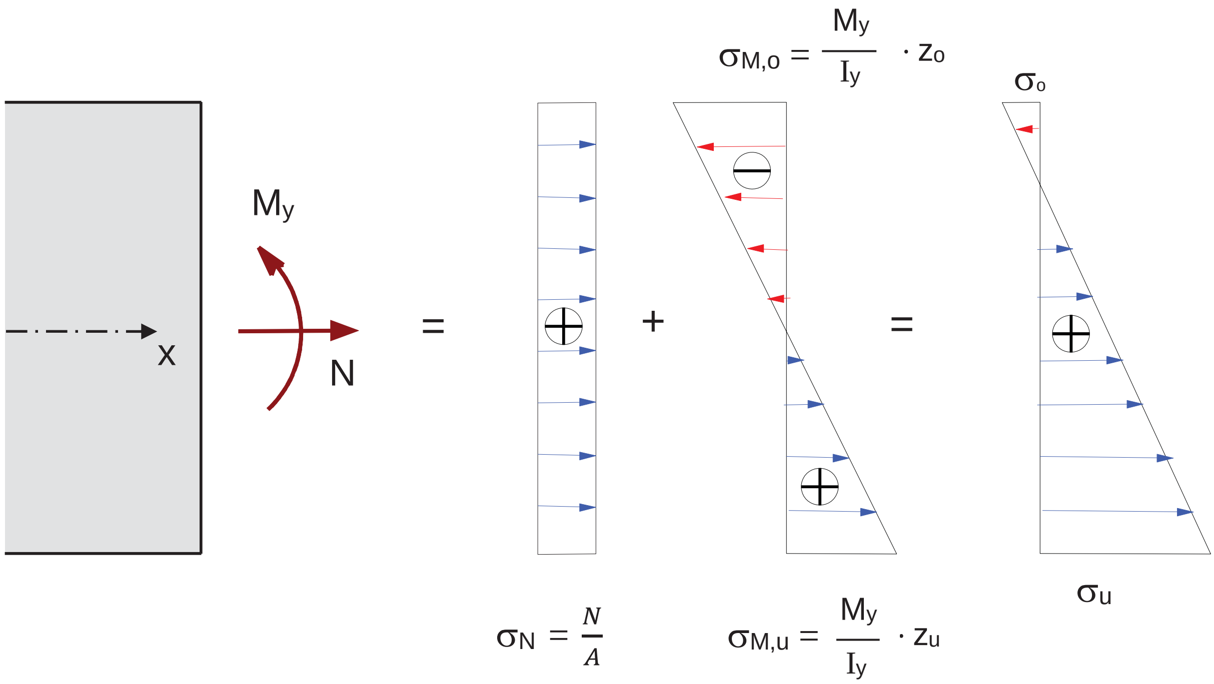
5.3.3 Einfache Biegung mit Längskraft

Wird ein System durch Kräfte senkrecht zur Stabachse () und durch Kräfte in Stabachse () gleichzeitig beansprucht, entstehen im Querschnitt des Stabes

- Zug- bzw. Drucknormalspannungen σ_N
- Biegenormalspannungen σ_M

Beide Spannungen wirken senkrecht (normal) zur geschnittenen Fläche und in die gleiche Richtung (nämlich in x-Richtung):

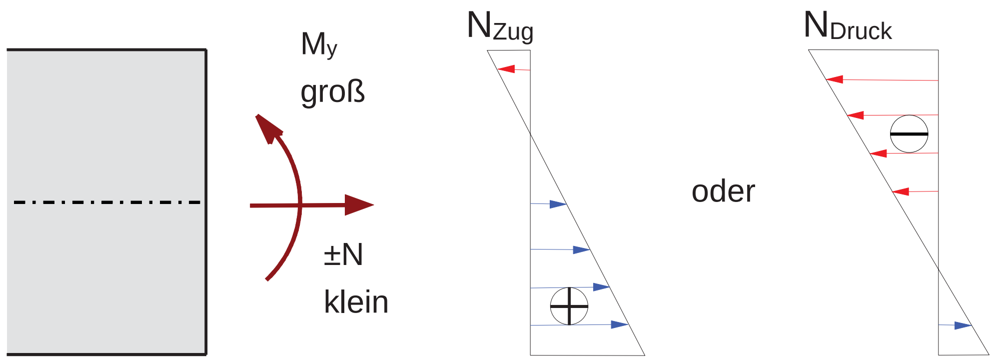
Sie müssen überlagert werden.



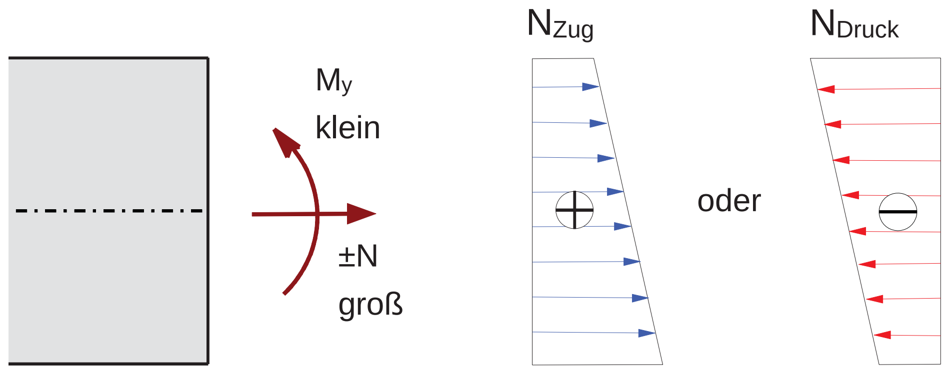
$$\boxed{\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z}$$

Es ergeben sich unterschiedliche Spannungsbilder

Überwiegend Biegung: Es treten Zug- und Druckspannungen im Querschnitt auf.

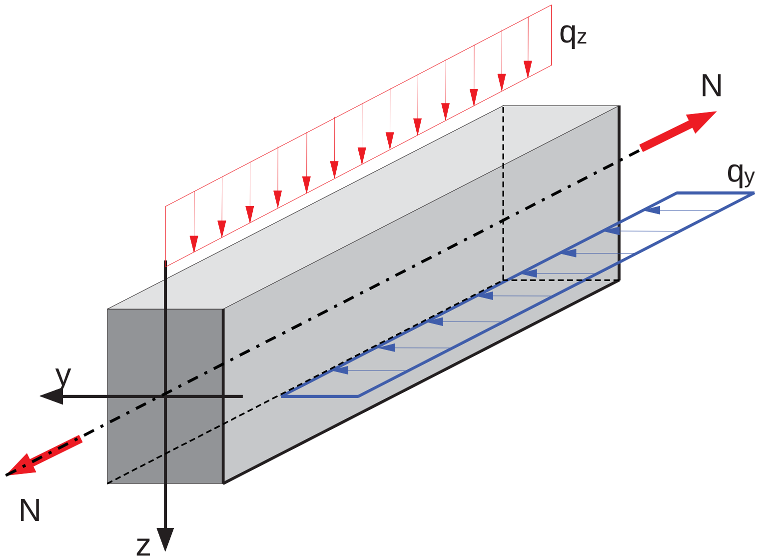


Überwiegend Normalkraft: Es treten nur Zugspannungen (N > 0)
oder nur Druckspannungen (N < 0) im Querschnitt auf.



5.3.4 Doppelbiegung mit Längskraft

Doppelbiegung mit Längskraft liegt vor, wenn der Querschnitt durch die Biegemomente M_y und M_z und durch eine Normalkraft beansprucht wird. Dieser Fall beinhaltet alle anderen Fälle.



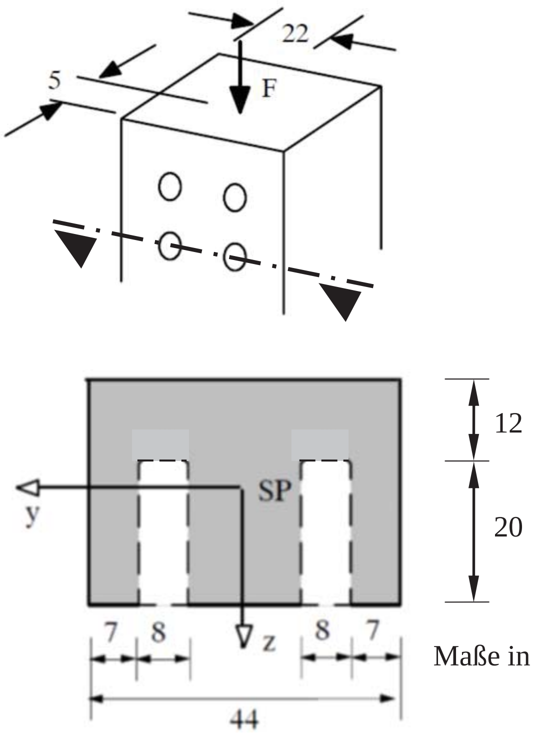
Berechnung der Normalspannungen durch Addition der einzelnen Spannungsanteile:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y$$

Die grundsätzlichen Zusammenhänge sind ähnlich wie bei der Doppelbiegung: Die größten Spannungen treten an den Eckpunkten auf. Allerdings verschiebt sich das gesamte Spannungsbild um den konstanten Anteil aus N/A, welcher auch den Spannungswert im Schwerpunkt darstellt.

Beispiel: Pfosten eines Regalsystems

Für das Regalsystem “IVAN” ist ein Pfosten aus Nadelholz mit den Querschnittsabmessungen 32 x 44 mm² vorgesehen. Durch die Bohrungen für die Halterungen der Fachböden wird der Querschnitt geschwächt (siehe Zeichnung).



Maße in mm

a) Berechnen Sie für den geschwächten Querschnitt die Lage des Schwerpunktes sowie die Trägheitsmomente I_y und I_z.

Teilfläche				Statisches Moment		Abstände für Steiner-Anteile	
	A_i	y_{i_quer}	z_{i_quer}	$A_i \cdot y_{i\_quer}$	$A_i \cdot z_{i\_quer}$	Δy_i	Δz_i
	mm^2	mm	mm	mm^3	mm^3	mm	mm
1							
2							
3							
	Gesamt A			S_{z_quer}	S_{y_quer}		
	Lage des Schwerpunkts			$y_S = S_z / A =$		mm	
	bezogen auf die Ausgangsachsen			$z_S = S_y / A =$		mm	

Trägheitsmomente um y und z			
$I_{y,i}$	$A_i \cdot \Delta z_i^2$	$I_{z,i}$	$A_i \cdot \Delta y_i^2$
mm^4	mm^4	mm^4	mm^4
$\Sigma\, I_{y,i}$	Steiner-Anteil	$\Sigma\, I_{z,i}$	Steiner-Anteil
$I_y = \Sigma\,(I_{y,i} + A_i \cdot \Delta z_i^2) =$			mm^4
$I_z = \Sigma\,(I_{z,i} + A_i \cdot \Delta y_i^2) =$			mm^4

b) Die resultierende Belastung F des Pfostens aus den Einlegeböden kann in der oben dargestellten Position angesetzt werden. Berechnen Sie für F = 1000 N den Spannungsverlauf im Querschnitt.