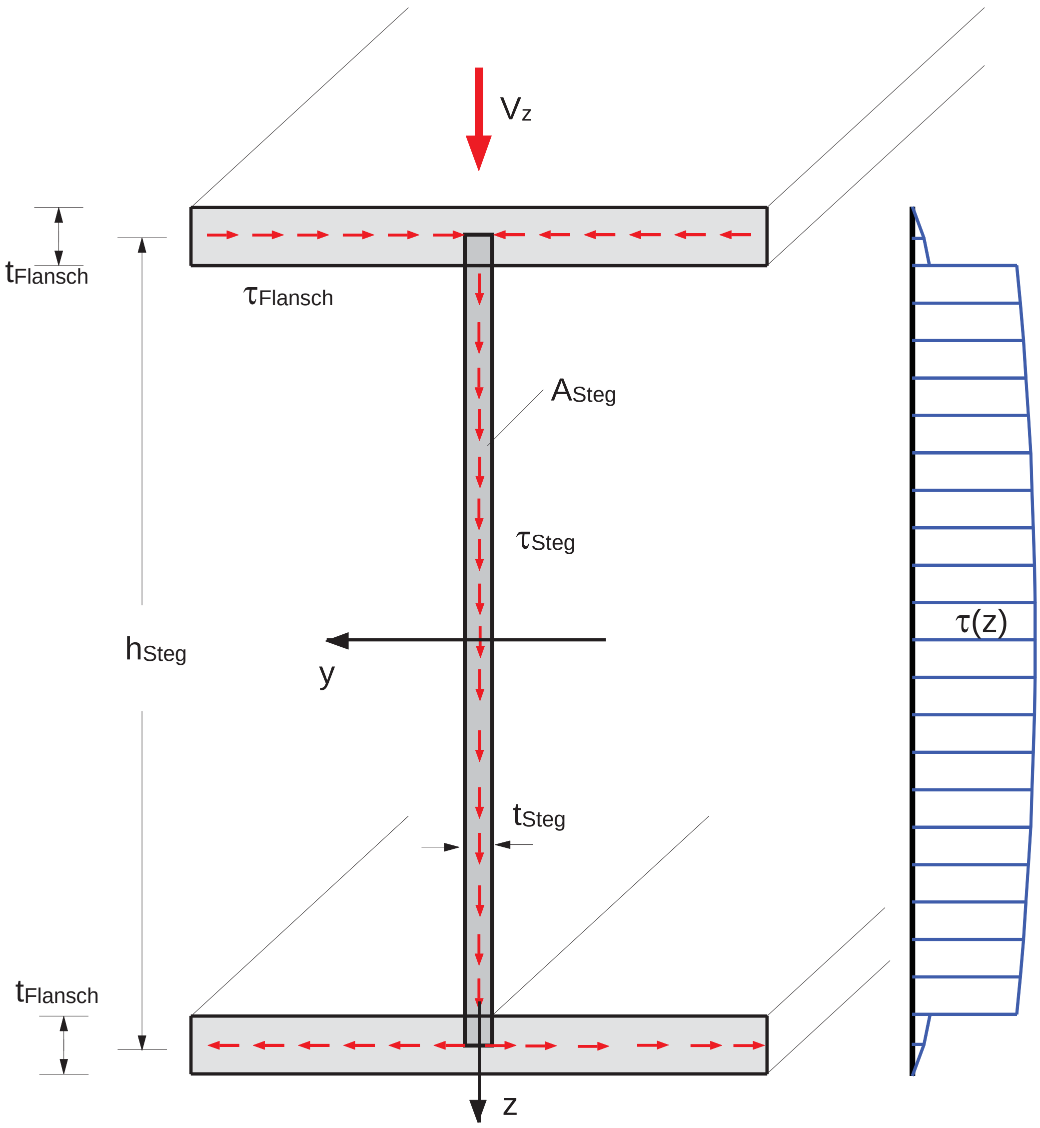
5.4.5 Schubspannungen bei dünnwandigen Profilen

Dünnwandige Querschnitte sind in der Regel aus Metall, z.B. gewalzte I-Träger aus Stahl. Bei dünnwandigen Profilen verlaufen die Schubspannungen parallel zu den Blechen. D.h. nur in den Stegen wirkt die Schubspannung in Richtung der Querkraft. In den Flanschen wirkt sie in Richtung der Flansche.
Dies ist dadurch begründet, dass die Spannungen in der Nähe des Randes keine Komponenten senkrecht zu diesem Rand haben können (Zuordnung der Schubspannungen). Es wird angenommen, dass die Schubspannungen gleichmäßig über die Querschnittsdicke verteilt sind. Man erhält bei genauer Berechnung folgenden Schubspannungsverlauf über die Höhe.

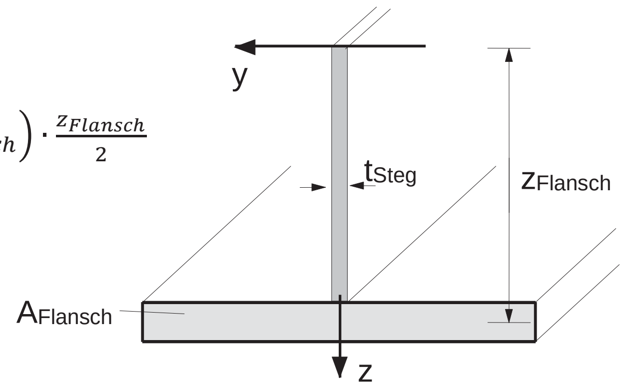


Die maximale Schubspannung max τ tritt im Schwerpunkt auf. Eine genaue Berechnung erfolgt nach der Schubspannungsformel:

Genaue Berechnung:

$$S_{y,max} = A_{Flansch} \cdot z_{Flansch} + \left(\frac{A}{2} - A_{Flansch}\right) \cdot \frac{z_{Flansch}}{2}$$

$$\max\tau = \frac{V_z \cdot S_{y,max}}{I_y \cdot t_{Steg}}$$



Da der Einfluss der dünnen Flansche gering ist und die Kurve der Parabel flach ist, kann man den Spannungsanteil aus dem Flansch vernachlässigen.
Mit guter Näherung kann die Querkraft auf die **Steg**fläche (nicht Gesamtfläche!) als gleichmäßig verteilt angenommen werden. Dies entspricht gegenüber dem tatsächlich leicht gekrümmten Verlauf einem Mittelwert.

Man ermittelt bei dünnwandigen Stahlprofilen die Schubspannung deshalb **näherungsweise** mit

$$\boxed{\boldsymbol{\tau_m \cong \frac{V_z}{A_{Steg}}}}$$

Spezialformel für dünnwandige Metallprofile

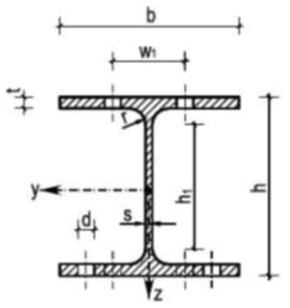
$$A_{Steg} = t_{Steg} \cdot h_{Steg}$$

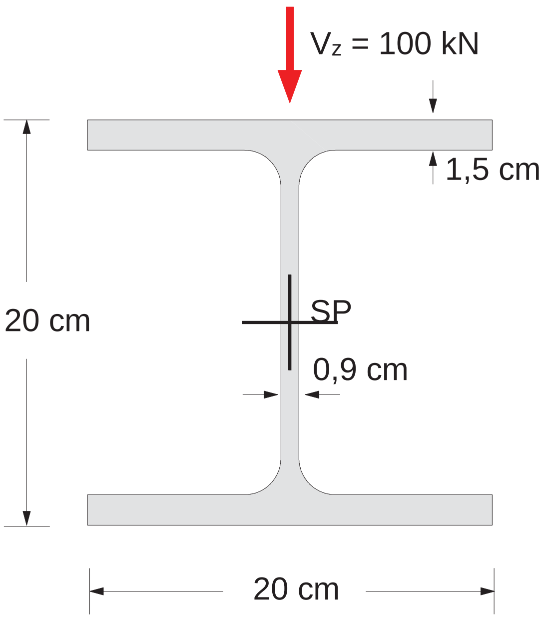
h_{Steg} bis zur Achse der Flansche

Beispiel: Schubspannungsberechnung bei einem I-Träger **HE-B 200**

Profilreihe IPB nach DIN 1025 bzw. HEB nach Euronorm 53-62:

Kurz-zei-chen	Maße						Flächen				Statische Werte			
	h	b	s	t	r	h_1	A	A_{Steg}	G	U	I_y	W_y	S_y	$i_{z,g}$
HE-B	mm	mm	mm	mm	mm	mm	cm²	cm²	kN/m	m²/m	cm⁴	cm³	cm³	cm
100	100	100	6	10	12	56	26,0	5,40	0,204	0,567	450	89,9	52,1	2,63
180	180	180	8,5	14	15	122	65,3	14,1	0,512	1,04	3.830	426	241	4,57
200	200	200	9	15	18	134	78,1	16,6	0,613	1,15	5.700	570	321	5,33





HE-B 200

aus Tabelle :

I_y =

S_y =

A_{Steg} =

Berechnung der Schubspannung im Schwerpunkt:

→ Variante 1: Schubspannungs-Formel

→ Variante 2: Näherungsformel für dünnwandige Metallprofile

B.6 Zusammengesetzte Querschnitte

B.6.1 Einführung

Fragestellung: Was passiert wenn man von der Annahme homogener Querschnitte abweicht, d.h. wenn ein Querschnitt aus verschiedenen Materialien zusammengesetzt ist?

Beispiele:
- ►
- ►

Gleiches gilt für Holzwerkstoffe, die in Schichten mit unterschiedlicher (Faser-) Orientierung, Faserqualität und/oder Dichte verleimt sind.

Beispiele:
- ►
- ►

Zunächst wird vorausgesetzt, dass die Materialien (Schichten) starr miteinander verbunden sind, z.B. ____________________.

Ausgehend von den Kenntnissen in den vorangegangenen Abschnitten B.1 bis B.5 wird die Erweiterung dieser Methoden für die Berücksichtigung unterschiedlicher Materialien behandelt.

Die maßgebende Größe ist hierbei der ______________________________ .

Üblicherweise bezieht man alle E-Moduli auf einen gewählten Vergleichswert E_V eines Referenzmaterials und errechnet sich so die Verhältniszahlen n_i :

$$n_1 = \frac{E_1}{E_V} \quad , \quad n_2 = \frac{E_2}{E_V} \quad , \dots \quad n_i = \frac{E_i}{E_V}$$

Diese Zahlen sind die Gewichtungsfaktoren für die jeweiligen Materialien. Je höher der E-Modul, desto stärker wird der Anteil des Materials gewichtet.

B.6.2 Ideelle Fläche und ideeller Schwerpunkt

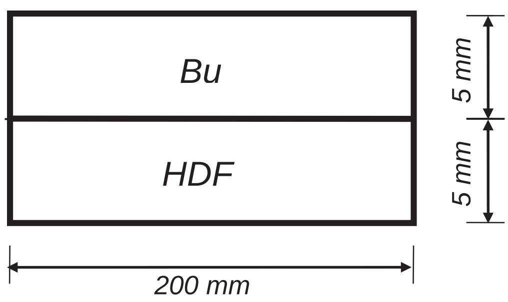
Um den Einfluss der verschiedenen Materialeigenschaften (E-Moduli) zu berücksichtigen, wird jede Fläche mit dem zugehörigen n_i multipliziert. Das Ergebnis nennt man

die ________________________________:

Bisher wurde stets der geometrische Schwerpunkt als Bezugspunkt (x-Achse) gewählt. Wenn verschiedene Materialien vorhanden sind, ist jedoch der „statische“ bzw. „ideelle“ Schwerpunkt zu verwenden.

Prinzipiell bleibt auch das Vorgehen zur Bestimmung des Schwerpunkts gleich. Es werden nur die einzelnen Flächen wiederum mit dem n_i-Wert gewichtet:

Beispiel:



E_{Bu} = 12000 MPa

E_{HDF} = 5000 MPa

	E_i N/mm²	n_i	$\bar{z}_i$ mm	$A_{i,id} = n_i \cdot A_i$ mm²	$A_{i,id} \cdot \bar{z}_i$ mm³

B.6.3 Ideelles Flächenträgheitsmoment

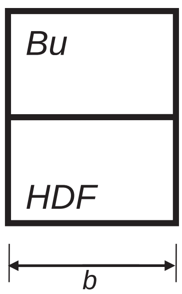
Auch bei der Berechnung des Trägheitsmoments muss n_i berücksichtigt werden. Einfache Regel: Alle Flächen und Eigenträgheitsmomente jedes Querschnittsteils i werden mit n_i multipliziert (gewichtet). Dann gelten alle bisher gelernten Formeln weiter. Wichtig: Der Ursprung des Koordinatensystems liegt immer im ideellen = statischen Schwerpunkt!

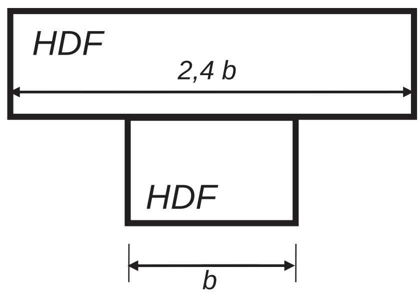
$$I_{y,\_\_} = \sum n_i \cdot \left(I_{yi} + A_i \Delta z_i^2 \right)$$

Für Negativflächen (Abzugsflächen, Löcher) wird n_i mit dem gleichen Wert belegt, den das umgebende, zu viel angesetzte Material besitzt.

Die errechneten, ideellen Werte entsprechen einem gedachten Querschnitt aus einem einheitlichen Material mit $E = E_v$.

Beispiel:





	I_{yi} mm^4	$n_i \cdot I_{yi}$ mm^4	Δz_i mm	A_{id} mm^2	$A_{id} \Delta z_i^2$ mm^4

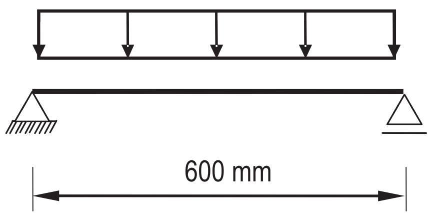
B.6.4 Berechnung von Normalspannungen

Die willkürliche Wahl eines Vergleichs-E-Moduls E_v in den Querschnittskenngrößen muss bei der Spannungsberechnung wieder neutralisiert werden. Dies geschieht dadurch, dass alle Spannungswerte des Materials i mit dem Wert n_i multipliziert werden:

$$\sigma_i = \underline{\qquad}\left(\frac{N}{A_{id}} + \frac{M_y}{I_{y,id}} z - \frac{M_z}{I_{z,id}} y\right)$$

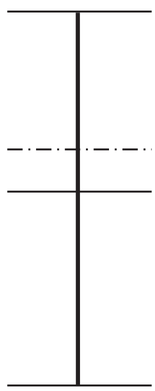
Der Normalspannungsverlauf σ weist am Übergang vom einen Material zum anderen einen Sprung auf. Ursache ist, dass die Materialien an der Fuge bei starrem Verbund die gleiche Dehnung haben. Daraus ergibt sich nach dem Hooke'schen Gesetz zwangsläufig eine unterschiedliche Spannung:

Beispiel:



σ =

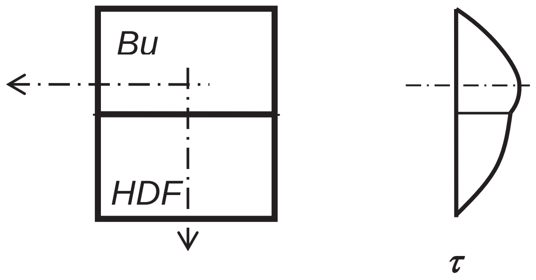
	n_i	z mm	σ N/mm²



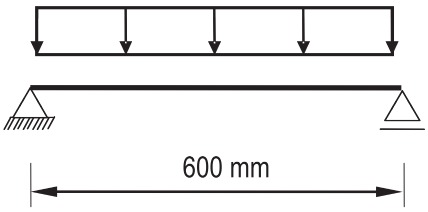
B.6.5 Berechnung von Schubspannungen

Der Schubspannungsverlauf geht ohne Sprung, jedoch mit einem Knick über die Fuge hinweg. Das statische Moment der abgeschnittenen Teilfläche $S_{y,A,id}$ muss unter Berücksichtigung der n_i-Werte ermittelt werden:

$$\tau = \frac{V_z \cdot S_{y,A,id}}{I_{y,id} \cdot b}$$



Die max. Schubspannung tritt in der Regel auf Höhe des ideellen Schwerpunkts auf:

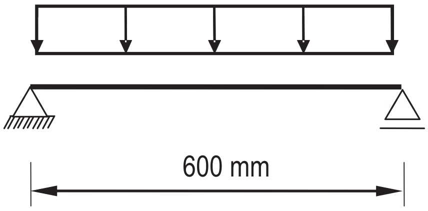


Häufig interessiert die Schubspannung in der Fuge, welche ein Maß für die Beanspruchung der Klebung darstellt. Diese kann mit der o.g. Formel berechnet werden, wenn ein Schnitt genau in der Fuge betrachtet wird:

B.6.6 Berechnung von Verformungen

Alle Formeln und Methoden zur Verformungsberechnung gelten weiterhin. Für die Steifigkeiten müssen konsequent der Vergleichs-E-modul E_V und die zugehörigen ideellen Querschnittswerte eingesetzt werden.

Beispiel:



$$w_m = \frac{5}{384}\frac{q\,\ell^4}{E_V I_{id}} =$$

Anmerkung: Bei sehr weichen Mittelschichten (z.B. Sandwichplatten) müssen bei der Verformungsberechnung auch Schubverformungen berücksichtigt werden (vgl. Kap. C).