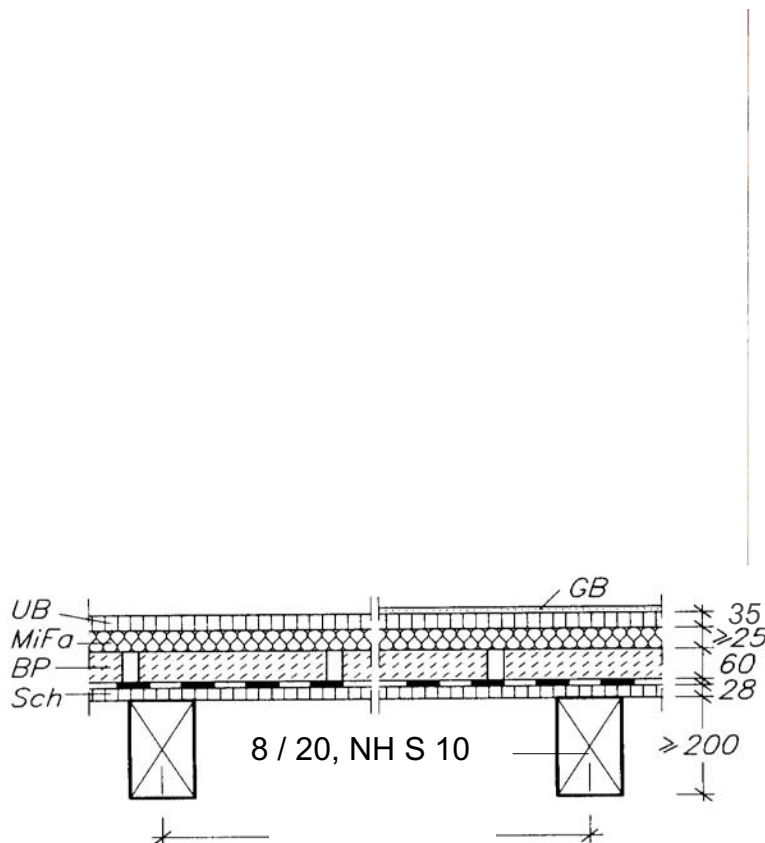


Beispiel: Holzbalkendecke



Decke mit sichtbaren Holzbalken
und Mittelaugler (Unterzug)

Möglicher Deckenquerschnitt
mit Fußbodenaufbau

Lastzusammenstellung:

- Ständige Lasten aus dem Fußbodenaufbau

Bezeichnung		Dicke in m	Wichte in kN/m ³	Flächenlast in kN/m ²
UB/GB	Bodenbelag	0,035	7	
MiFa	Mineralfaserplatte + Lagerhölzer	-	-	0,02
BP	Betonplatten	0,06	24	
-	Baufilz	-	-	0,03
Sch	Schalung	0,028	5	
Summe				

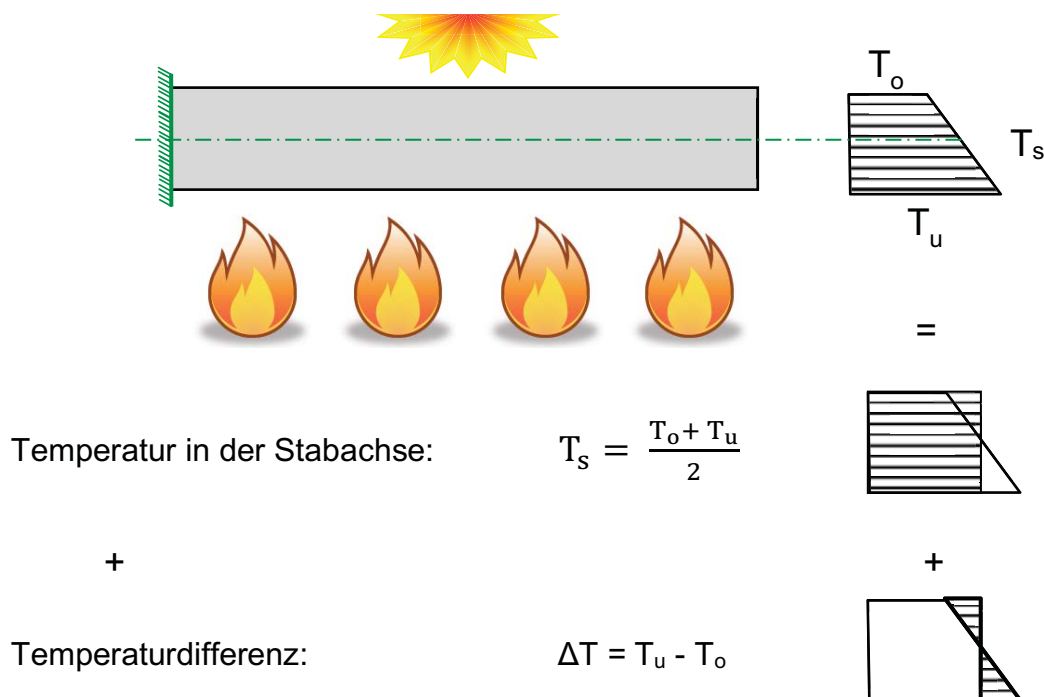
- Nutzlast (inkl. Zuschlag für leichte Trennwände)
- Gesamt je Balken
 - Eigengewicht Fußboden
 - Eigengewicht Balken
 - Veränderliche Last

C.4 Verformung infolge von Temperatureinwirkungen

C.4.1 Temperaturlasten

Neben der Einwirkung von Kräften werden Bauteile auch durch Temperatureinflüsse verformt. Jede Temperatureinwirkung kann in einen Anteil der gleichmäßigen und einen Anteil der linear veränderlichen Temperaturänderung (= Temperaturunterschied) aufgeteilt werden:

Unterschiedliche Temperatur an Ober- und Unterseite



Beide Temperaturanteile bewirken unterschiedliche Verformungen:

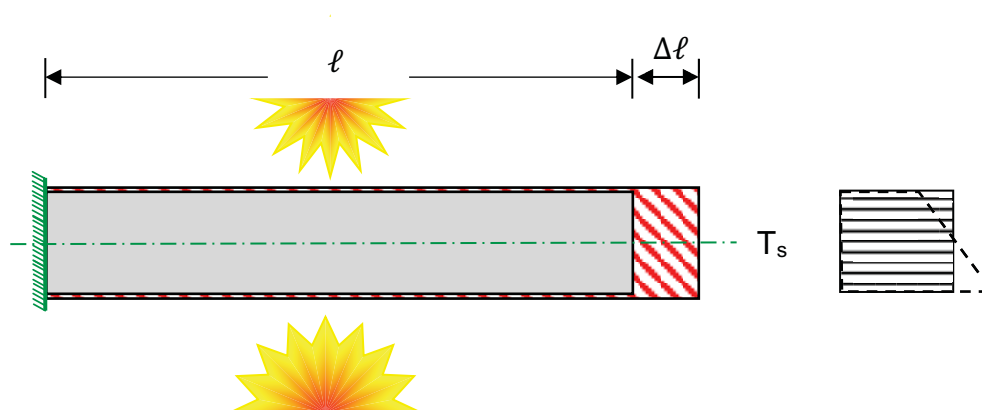
T_s : Gleichmäßige Dehnungen → Längenänderung (wie N)

ΔT : Gradient → Verkrümmung (wie M)

Entscheidend ist, dass sich T_s auf den Nullzustand bezieht (nicht etwa auf 0°C). Der Nullzustand ist derjenige Temperaturzustand, bei dem das Bauteil unverformt ist, i.d.R. die Herstell- oder Einbautemperatur.

Beispiel: Wird ein Bauteil bei $+10^\circ\text{C}$ eingebaut und erwärmt es sich danach auf $+30^\circ\text{C}$, dann ist die verformungswirksame Temperatur $T_s = +20\text{ K}$.

C.4.2 Gleichmäßige Erwärmung



- Die Längenänderung aus gleichmäßiger Temperaturänderung ist eine Funktion
- der Länge des Stabes l
 - der Temperaturänderung T_s [K] der Stabachse und
 - dem Temperaturexpansionskoeffizienten $\alpha_T \left[\frac{1}{K} \right]$ des Materials



α_T – Werte für verschiedene Baustoffe

Aluminium	$\alpha_T = 2,3 \cdot 10^{-5} K^{-1}$
Stahl	$\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5} K^{-1}$
Beton	$\alpha_T = 1,0 \cdot 10^{-5} K^{-1}$
Ziegelmauerwerk	$\alpha_T = 0,5 \cdot 10^{-5} K^{-1}$
Holz in Faserrichtung	$\alpha_T = 0,3 \text{ bis } 0,6 \cdot 10^{-5} K^{-1}$
Glas	$\alpha_T = 0,9 \cdot 10^{-5} K^{-1}$
Kunststoff	$\alpha_T = 0,6 \text{ bis } 30 \cdot 10^{-5} K^{-1}$
PVC (Fenster)	$\alpha_T = 7 \text{ bis } 8 \cdot 10^{-5} K^{-1}$

Beispiel: Längenänderung infolge Erwärmung

Einbautemperatur – 10°C,
max. Temperatur im Sommer: + 40°C

$T_s =$

- Aluminiumbauteil

$$\alpha_T = 2,3 \cdot 10^{-5} [\text{K}^{-1}] \quad \ell = 2,50 [\text{m}]$$

$$\varepsilon_T = \alpha_T \cdot T_s = 2,3 \cdot 10^{-5} \cdot 50 = 1,15 [\text{‰}]$$

$$\Delta \ell = \varepsilon_T \cdot \ell = 0,00115 \cdot 2500\text{mm} = 2,875 \text{ mm}$$

- Holzbauteil

$$\alpha_T = 0,5 \cdot 10^{-5} [\text{K}^{-1}] \quad \ell = 2,50 [\text{m}]$$

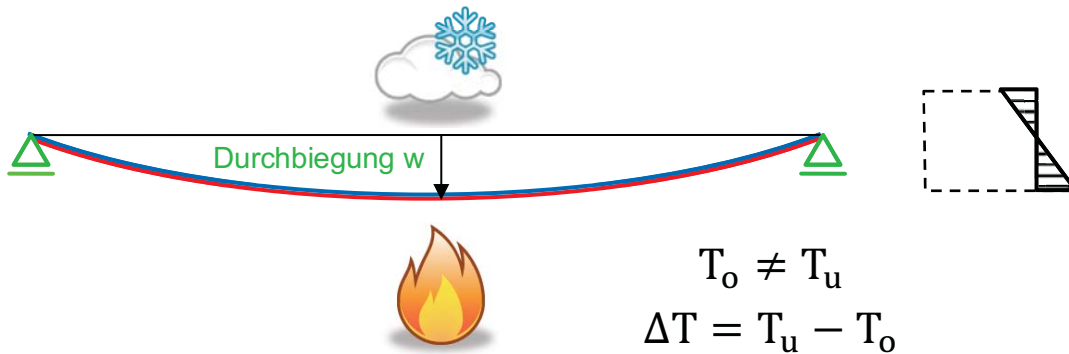
$$\varepsilon_T = \alpha_T \cdot T_s =$$

$$\Delta \ell =$$

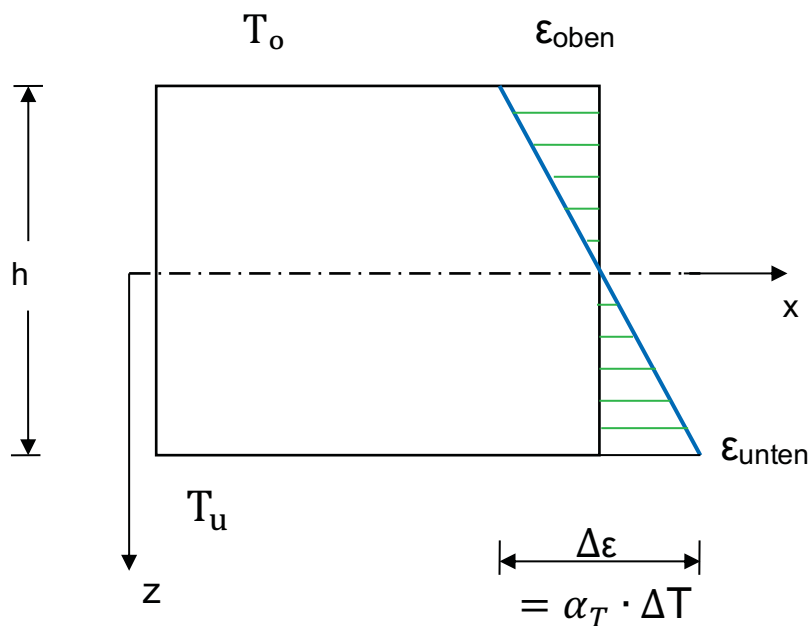
Das unterschiedliche Ausdehnungsverhalten ist bei der Verbindung verschiedener Werkstoffen zu beachten.

C.4.3 Ungleichmäßige Erwärmung (Temperaturdifferenz)

Werden statisch bestimmt gelagerte Bauteile ungleichmäßig erwärmt, verkrümmen sich diese Bauteile. Es entstehen aber keine Spannungen, wenn die Verkrümmung unbehindert stattfinden kann.



Die unterschiedlichen Temperaturen an Ober- und Unterseite führen zu unterschiedlichen Dehnungen der „Fasern“. Maßgebend für die Verkrümmung des Balkens ist der Dehnungsunterschied $\Delta\varepsilon$ zwischen den Randfasern:



Die Verkrümmung infolge ungleichmäßiger Erwärmung ist

$$\kappa = -w'' = \frac{\Delta\varepsilon}{h} = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T}{h}$$

und hängt also von der Bauhöhe h des Balkens ab!

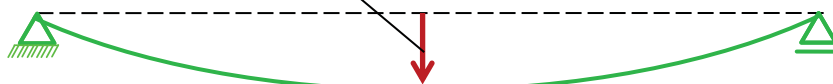
Für die Verformung aus ungleichmäßiger Temperatur wird

$$w_{\Delta T} = - \iint \frac{\alpha_T \cdot \Delta T}{h} dx$$

Für einen Träger auf zwei Stützen erhält man als Lösung dieses Integrals

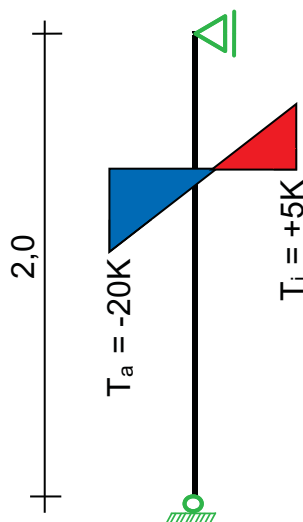
$$w(x) = \frac{\ell^2}{2} \cdot \alpha_T \cdot \frac{\Delta T}{h} \cdot \left(\frac{x}{\ell} - \left(\frac{x}{\ell} \right)^2 \right)$$

$$\max w = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T \cdot \ell^2}{8 \cdot h} \quad \text{bei } x = \frac{\ell}{2}$$



Merke: Der Balken krümmt sich zur wärmeren Seite hin. Die kälteren Fasern liegen dann auf der Innenseite des Kreises (= kürzere Länge), die wärmeren Fasern auf der Außenseite des Kreises (= größere Länge)

Beispiel: Fensterpfosten



Einbautemperatur: +10 °C

Oberflächentemperatur außen: -10°C

Oberflächentemperatur innen: +15°C

Bautiefe des Rahmens: $h = 68 \text{ mm}$

gesucht: - Verkürzung $\Delta \ell$

- Durchbiegung w

$$\Delta T = T_i - T_a = 5 - (-20) = +25\text{K}$$

$$T_s = \frac{(T_i + T_a)}{2} = \frac{5 + (-20)}{2} = -7,5\text{K}$$

Aluminium: $\alpha_T = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ [K}^{-1}\text{]}$

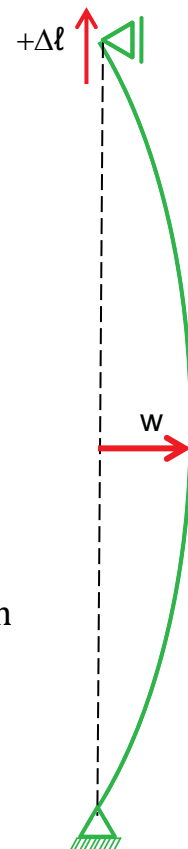
$$\Delta \ell = \alpha_T \cdot T_S \cdot \ell = 2,3 \cdot 10^{-5} \cdot (-7,5) \cdot 2000 = -0,35 \text{ mm}$$

$$w = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T \cdot \ell^2}{8 \cdot h} = \frac{2,3 \cdot 10^{-5} \cdot 25 \cdot 2000^2}{8 \cdot 68} = 4,2 \text{ mm}$$

Holz: $\alpha_T = 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ [K}^{-1}\text{]}$

$$\Delta \ell = \alpha_T \cdot T_S \cdot \ell = 0,5 \cdot 10^{-5} \cdot (-7,5) \cdot 2000 = -0,075 \text{ mm}$$

$$w = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T \cdot \ell^2}{8 \cdot h} = \frac{0,5 \cdot 10^{-5} \cdot 25 \cdot 2000^2}{8 \cdot 68} = 0,9 \text{ mm}$$



PVC (ohne Stahlarmierung!): $\alpha_T = 7 \cdot 10^{-5} \text{ [K}^{-1}\text{]}$

$$\Delta \ell = 7 \cdot 10^{-5} \cdot (-7,5) \cdot 2000 = -1,05 \text{ mm}$$

$$w = \frac{7 \cdot 10^{-5} \cdot 25 \cdot 2000^2}{8 \cdot 68} = 12,9 \text{ mm}$$

Diese Verformung wäre erheblich zu groß. Es würde zu Zwängungen zwischen Glas und Profil und zu Undichtigkeiten kommen.

Um die Verformungen bei Kunststofffenstern zu reduzieren, sind deshalb konstruktive Maßnahmen erforderlich. I.d.R. wird ein Armierungsprofil aus Stahl in eine Kammer des Kunststoffprofils eingestellt. Das Stahlprofil „bremst“ die Temperaturverformungen des PVC, da es selbst keiner Temperaturkrümmung ausgesetzt ist (es sitzt in einer Kammer und hat deshalb eine annähernd gleichmäßige Temperatur). Darüber hinaus ist das Stahlprofil auch für die Windbelastung notwendig.

C.4.4 Behinderung von Temperaturverformungen

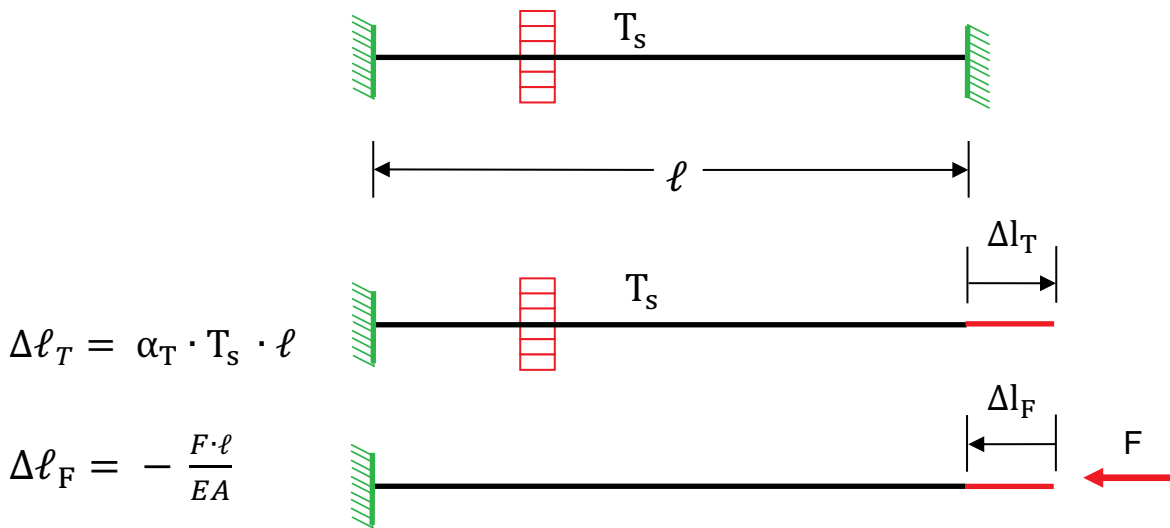
Merke:

Statisch bestimmte Systeme sind zwangungsfrei, d.h. die Temperaturverformungen können sich frei einstellen. Es entstehen keine Spannungen bei Temperaturveränderungen.

Werden die Verformungen durch eine statisch unbestimmte Lagerung jedoch behindert, so entstehen Zwangspannungen.

Behinderung einer gleichmäßigen Temperaturänderung T_s

Spannungen in einem beidseitig fest eingespannten Stab bei gleichmäßiger Erwärmung.



$$\Delta l_T = \alpha_T \cdot T_s \cdot \ell$$

$$\Delta l_F = - \frac{F \cdot \ell}{EA}$$

$$\Delta l_F = - \Delta l_T$$

$$- \frac{F \cdot \ell}{EA} = - \alpha_T \cdot T_s \cdot \ell$$

$F = EA \cdot \alpha_T \cdot T_s$ Die Länge ℓ des Balkens ist also ohne Bedeutung!

$$N = -F \rightarrow \sigma = \frac{N}{A} = - E \cdot \alpha_T \cdot T_s$$

Die Normalkraft tritt auch als Auflagerkraft auf und belastet die Unterkonstruktion.

Zahlenbeispiel: Einbautemperatur -10°C , Erwärmung auf $+40^{\circ}\text{C}$

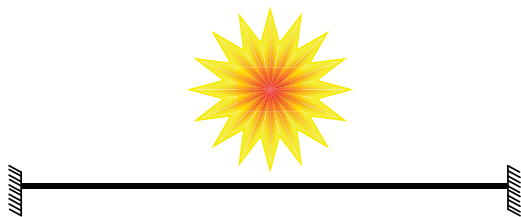
Aluminiumbauteil $\alpha_T = 2,3 \cdot 10^{-5} [\text{K}^{-1}]$

$T_s = +50 \text{ K}$ $E = 80000 \text{ N/mm}^2$

$\sigma = -E \cdot \alpha_T \cdot T_s = -80000 \cdot 2,3 \cdot 10^{-5} \cdot 50 = -92 \text{ N/mm}^2$

Temperaturgradient ΔT

Werden statisch unbestimmt gelagerte Bauteile ungleichmäßig erwärmt, dann wird die Temperaturverkrümmung behindert. Es entstehen Biegemomente und somit Biegespannungen.



Durchbiegung = 0 !

$$M_{\text{Zwang}} = - \frac{\alpha_T \cdot \Delta T}{h} EI$$

C.4.5 Zusammenfassung Temperaturbeanspruchung

Wird die Temperatur eines Bauteils verändert, so erfährt jede „Faser“ in jeder Richtung eine Dehnung (bei Erwärmung) oder Stauchung (bei Abkühlung) der Größe

$$\varepsilon_T = \alpha_T \cdot T$$

Dies führt dazu, dass sich Bauteile verlängern bzw. verkürzen

$$\Delta \ell = \alpha_T \cdot T_s \cdot \ell \quad [\text{K}^{-1} \cdot \text{K} \cdot \text{mm}]$$

bzw. bei ungleichmäßiger Temperatur verkrümmen:

$$\kappa = -w'' = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T}{h}$$

Die Durchbiegung bei einem Temperaturunterschied ΔT geht zur wärmeren Seite.

Merke: Bei statisch bestimmten Systemen können sich die Temperaturverformungen frei einstellen. Es entstehen daher keine Schnittgrößen oder Spannungen.

Bei statisch unbestimmten Systemen werden die Verformungen behindert, wodurch Zwangspannungen im Material und Zwängungskräfte im Auflager entstehen.

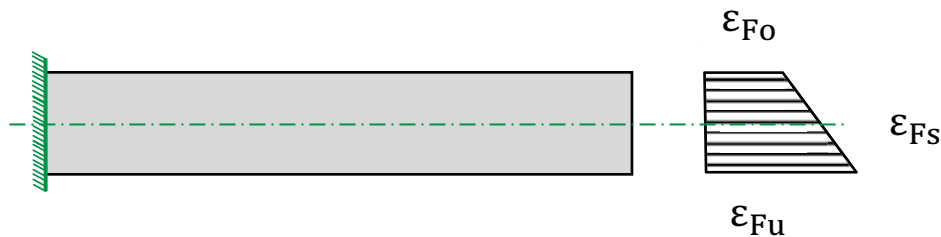
Wird die Verkrümmung behindert, dann entstehen Biegemomente. Wird die Längenänderung behindert, so entstehen Normalkräfte.

Merke: Bei Außenbauteilen ist auf eine zwängungsfreie, d.h. statisch bestimmte Lagerung zu achten!

C.5 Verformungen infolge von Feuchteänderungen

Auch Feuchteänderungen (Schwinden/Quellen) führen zu Verformungen von Bauteilen. Die Zusammenhänge sind identisch zu denen der Temperatur: Jede Dehnungsänderung kann in einen gleichmäßigen Anteil und einen linear veränderlichen Anteil aufgeteilt werden:

Unterschiedliche Feuchtedehnungen im Balken:



$$\text{Dehnung in der Schwerachse : } \epsilon_{Fs} = \frac{\epsilon_{Fo} + \epsilon_{Fu}}{2}$$

$$\text{Dehnungsdifferenz zwischen Ober- und Unterseite: } \Delta\epsilon_F = \epsilon_{Fu} - \epsilon_{Fo}$$

ϵ_{Fs} : Gleichmäßige Dehnungen → Längenänderung (wie T_s)

$\Delta\epsilon_F$: Gradient → Verkrümmung (wie ΔT)

Die formelmäßigen Zusammenhänge können aus Kap. C.4. übernommen werden, wenn die Dehnungsänderung aus Temperatur $\alpha_T T_s$ bzw. $\alpha_T \Delta T$ durch die Dehnungsänderung aus Feuchte ϵ_{Fs} bzw. $\Delta\epsilon_F$ ersetzt wird.

Die Dehnungen aus Feuchteänderung (maßgebend ist wie bei der Temperatur der Unterschied zum Nullzustand, d.h. zum unverformten Zustand), können mit dem Quell- bzw. Schwindmaß berechnet werden (sh. der Vorlesung Werkstoffkunde):

$$\epsilon_F = q \cdot \Delta u$$