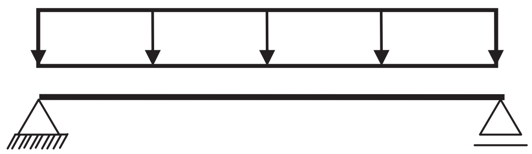
C.6 Viskoelastizität (Kriechen)

Unter Kriechen versteht man die zeitabhängige Zunahme von Verformungen unter ständiger Last. Allgemein spricht man auch von Viskoelastizität.



Bei konstanter Spannung nehmen die Verformungen mit der Zeit zu. Aus der experimentellen Beobachtung folgt, dass bei den meisten Werkstoffen die Größe der zeitlichen Verformungen proportional zu den sofortigen elastischen Verformungen ist (→ „lineare Viskoelastizitätstheorie“).

Kriechzahlen

Rechnerisch erfasst man das Kriechverhalten über Kriechzahlen bzw. Kriechfunktionen, die folgendermaßen bestimmt werden: In einem Experiment (Einfeldträger unter konstanter Last) werden gemessen:

- Sofortige elastische Durchbiegung $w(t=0) = w_{el}$
- Zeitliche Entwicklung der Durchbiegung $w(t)$

Die Kriechverformung ist definiert als $w_\varphi(t) = w(t) - w_{el}$. Sie ist zeitlich veränderlich.

Die Kriechfunktion $\varphi(t)$ kann experimentell als Verhältnis von Kriechverformung zu elastischer Verformung ermittelt werden:

$$\varphi(t) = \frac{w_\varphi(t)}{w_{el}} = \frac{\varepsilon_\varphi(t)}{\varepsilon_{el}}$$

Bei bekannter Kriechfunktion erhält man die Gesamtverformung zum Zeitpunkt t aus:

$$w(t) = w_{el} + w_{\varphi}(t) = (1 + \varphi(t))w_{el}$$

Normalerweise interessiert nur die maximale Verformung, so dass in die Gleichung die sog. Endkriechzahl $\varphi_\infty = \varphi(t \rightarrow \infty)$ eingesetzt wird. Dieser Wert wird im Holzbau mit $\mathbf{k_{def}}$ bezeichnet:

Aus diesen Überlegungen folgt, dass man auf rechnerischem Wege die Gesamtverformung eines Bauteils berechnen kann, indem man einen fiktiven, abgeminderten E-Modul in der Verformungsberechnung ansetzt:

$$E_1 = \frac{E_0}{1 + k_{def}}$$

Mit der Methode des fiktiven E-Moduls können bei EDV-Berechnungen auch Systeme aus Bauteilen mit unterschiedlichem Kriechverhalten simuliert werden (z.B. zusammengesetzte Querschnitte aus OSB und Massivholz). Jedes Bauteil enthält dann einen entsprechend abgeminderten E-Modul.

Immer wenn die Verformung für die Auslegung eines Bauteils maßgebend wird, ist das Kriechen zu berücksichtigen. Generell also bei allen tragenden Holzbauteilen im Bauwesen (Eurocode 5) sowie bei allen auf Biegung belasteten Bauteilen des Möbelbaus (Einlegeböden). Außer Stahl zeigen die meisten Baustoffe ein mehr oder weniger ausgeprägtes Kriechverhalten bereits bei einem geringen Spannungsniveau:

Kriechzahlen φ_∞ bzw. k_{def} der wichtigsten Baustoffe:

- Holz und Holzwerkstoffe:
  - Massivholz 0,6 bis 2,0
  - Sperrholz, Furnierschichtholz 0,8 bis 2,5
  - OSB 1,5 bis 2,25
  - Span- und Faserplatten 1,5 bis 4,0
- Beton 1,0 bis 3,0
- Mauerwerk 0,5 bis 2,5
- Kunststoffe: sehr große Bandbreite, teilweise sehr hohe Kriechzahlen.
- Gusswerkstoffe, z.B. Zink-Druckguss (Möbel- und Fensterbeschläge): große Bandbreite, abhängig von Belastungsniveau

Das bedeutet, dass sich die sofortigen elastischen Verformungen um ein Mehrfaches im Laufe der Zeit vergrößern, falls die Last permanent wirkt.

C.7 Der Arbeitssatz

C.7.1 Allgemeines

Um Verformungen zu berechnen gibt es zwei Möglichkeiten:

→ Differentialgleichungs - Methode (Kap. C.2 und C.3)
- Nur für einfache Systeme geeignet
- mathematisch kompliziert
+ Liefert eine mathem. Funktion w(x), d.h. die Durchbiegung an jeder Stelle

→ Arbeitssatz (Kap. C.7)
- Liefert den Wert für die Verformung nur an einer bestimmten Stelle
+ Für alle Systeme
+ Einfache, stark schematisierte Anwendung

C.7.2 Hintergrund

Physikalisch steckt hinter dem Arbeitssatz das „Prinzip der virtuellen Arbeit“:

δW_a = „Äußere virtuelle Arbeit“ einer virtuellen Kraft δP auf einer tatsächlichen Verschiebung w (Kraft x Weg)

δW_i = „Innere virtuelle Arbeit“ der Spannungen und Dehnungen im Balken

Damit ergibt sich für den „Arbeitssatz“ eines Balkens:

Besteht ein statisches System aus mehreren Stäben, dann müssen die Integrale aller Stäbe aufsummiert werden. Für die Auswertung der Integrale stehen Integrationstabellen zur Verfügung (s.u.)

Bei idealen **Fachwerken** vereinfacht sich der Arbeitssatz, da

- keine Biegemomente, sondern nur Normalkräfte wirken
- die Normalkräfte über die Stablänge jew. konstant sind, so dass die Integration über dx nichts anderes ist als die Multiplikation mit der Stablänge.

Arbeitssatz für Fachwerke:

mit

s	Anzahl der Stäbe im Fachwerk
N_i	Normalkraft im Stab i infolge der tatsächlichen Last
δN_i	Normalkraft im Stab i infolge der virtuellen Last
ℓ_i	Länge des Stabes i
EA_i	Dehnsteifigkeit des Stabes i

Die Summe muss über alle Stäbe des Systems durchgeführt werden. Natürlich kann man sich die Stäbe sparen, in denen entweder N oder δN gleich Null ist.

C.7.3 Anwendung

1. Reale Schnittgrößen ermitteln: M, N, etc.

2. Um eine reale Verschiebung zu berechnen, wird eine virtuelle, d.h. gedachte Einheitslast als Hilfsgröße eingeführt:
   a) $\delta P = 1$ am Ort und in Richtung der gesuchten Verformung w aufbringen.
   b) Ermittlung der virtuellen Schnittgrößen infolge der Last $\delta P = 1$:
   → δM, δN, etc. Die tatsächliche Last wird dabei nicht angesetzt!

3. Auswertung des Arbeitssatzes mit Integraltafeln (nächste Seite oder TTB S. 245f)
   → „Überlagerung“ von den tatsächlichen mit den virtuellen Schnittgrößen.